Problemas de Dilatação Linear, Superficial e Volumétrica

Fórmulas de Dilatação dos Corpos Sólidos:

$L = L_o(1 + \alpha\Delta T)$, *dilatação linear*

$A = A_o(1 + \beta\Delta T)$, *dilatação superficial*

$V = V_o(1 + \gamma\Delta T)$, *dilatação volumétrica*

$$\gamma = 3\alpha$$

$$\beta = 2\alpha$$

$$\Delta T = T_f - T_o$$

Cálculo do Aumento de comprimentos, áreas e volume:

Exemplo prático:
O volume aumenta de **1,2%:**

$V = V_o + 1{,}2\%$

$$V = V_o . \frac{(100 + 1{,}2)}{100}$$

$$V = 1{,}012V_o$$

1) Um estudante ouviu de um antigo engenheiro de uma estrada de ferro que os trilhos de 10m de comprimento haviam sido fixados ao chão em um dia em que a temperatura era 10°C. No dia seguinte, em uma aula de geografia ele ouviu que naquela cidade a maior temperatura que um objeto de metal atingiu exposto ao Sol foi de 50°C. com essa informações o estudante resolveu calcular a distância mínima entre dois trilhos de trem. Que valor ele encontrou?

Dado: $\alpha_{aço} = 11 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$.

Dados:
L_o = 10m
T_o = 10°C
T_f = 50°C

Resolução:

Cálculo da Variação de temperatura, ΔT
$\Delta T = T_f - T_o$
$\Delta T = 50 - 10;$
$\Delta T = 40\ °C$

O comprimento do trilho pode ser calculado pela aplicação da fórmula da Dilatação Linear, para corpos sólidos

$$L = L_o (1 + \alpha \Delta T)$$

$$L = 10 \times (1 + (11 \times 10^{-6}) \times 40)$$
$$L = 10 \times (1 + (440 \times 10^{-6}))$$
$$L = 10 \times (1 + 0.00044)$$
$$L = 10 \times (1.00044)$$

$$L = 10.0044 \text{ metros}$$

2) Uma régua de alumínio tem comprimento de 200 cm a 20 ºC. Qual o valor, em centímetros, do seu cumprimento a 60 ºC?

Dado: α_{Al} = 22 x 10^{-6} °C^{-1}.

Dados:
L_o = 10m
T_o = 20°C
T_f = 60°C

Resolução:

Cálculo da Variação de temperatura, ΔT
$\Delta T = T_f - T_o$
$\Delta T = 60 - 20;$
$\Delta T = 40$ °C

O comprimento da barra de alumínio pode ser calculado pela aplicação da fórmula da Dilatação Linear, para corpos sólidos

$$L = L_o (1 + \alpha \Delta T)$$

Cálculos:

$$L = 200 \times (1 + (22 \times 10^{-6}) \times 40)$$
$$L = 200 \times (1 + (880 \times 10^{-6}))$$
$$L = 200 \times (1 + 0.00088)$$
$$L = 200 \times (1.00088)$$

$$L = 200.176 \text{ cm}$$

3) A temperatura de 0°C , um fio de cobre mede 100,000 m. Seu comprimento passa a ser 100,068 m quando a temperatura atinge 40°C. Qual o valor do coeficiente de dilatação do cobre?

Dado: α_{Cu} = ?

Dados:
L_o = 100,000 m
L_o = 100,068 m
T_o = 0°C
T_f = 40°C

Resolução:

Cálculo da Variação de temperatura, ΔT
$\Delta T = T_f - T_o$
$\Delta T = 40 - 0;$
$\Delta T = 40\ °C$

O coeficiente de dilatação do cobre pode ser encontrado isolando-se o α comprimento da na fórmula de Dilatação Linear dos corpos sólidos

$$L = L_o\,(1 + \alpha\Delta T)$$

Substituindo-se os valores, na fórmula:

$$100{,}068 = 100{,}000 \times (1 + \alpha \times 40)$$

Reescrevendo a fórmula:

$$100{,}000 \times (1 + \alpha \times 40) = 100{,}068$$

$$(1 + 40\,\alpha) = \frac{100{,}068}{100{,}000}$$

$$(1 + 40\,\alpha) = 1{,}00068$$

$$40\,\alpha = 1{,}00068 - 1$$

$$40\,\alpha = 0{,}00068$$

$$\alpha = 17 \times 10^{-6}\ °C$$

4) Um fio de cobre, com 1,000 m de comprimento a 20°C, foi colocado em um forno, dilatando-se até atingir 1 012 mm. Qual é a temperatura do forno, suposta constante?

Dados e Conversão de Unidades:

Lo = 1000 mm (1 metro)
L = 1012 mm
$\alpha_{Cu} = 16 \times 10^{-6}$ °C

Resolução:
A temperatura pode ser calculada pela aplicação da fórmula da Dilatação Linear, para corpos sólidos, isolando-se o ΔT

$$L = L_o (1 + \alpha \Delta T)$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$1012 = 1000(1 + 16 \times 10^{-6} \Delta T)$$

$$(1 + 16 \times 10^{-6} \Delta T) = \frac{1012}{1000}$$

$$(1 + 16 \times 10^{-6} \Delta T) = 1{,}012$$

$$16 \times 10^{-6} \Delta T = 1{,}012 - 1$$

$$16 \times 10^{-6} \Delta T = 0{,}012$$

Isolando ΔT :

$$\Delta T = \frac{0{,}012}{16 \times 10^{-6}}$$

ΔT = 750 ºC

Como o problema pede a temperatura final, T_f:

ΔT = 750 ºC, $\Delta T = T_f - T_o$,

Sendo **T_o = 20 ºC, T_f = 770 ºC**

5) À temperatura de 15ºC, encontramos uma chapa de cobre com superfície de área 100 cm². Que área terá essa superfície se a chapa for aquecida até 515°C?

Dados:

T_o = 15 ºC

T_f = 515 ºC

$\beta_{Cu} = 17 \times 10^{-6}$ ºC^{-1}

Cálculo da variação de temperatura (ΔT)

$\Delta T = 515 - 15$

$\Delta T = 500$ ºC

Aplicação da fórmula da Dilatação Superficial, para corpos sólidos:

$$A = A_o\,(1 + \beta\Delta T)$$

$$A = 100\,(1 + 17 \times 10^{-6} \times 500)$$

$$A = 100 \times (1 + (8500 \times 10^{-6}))$$

$$A = 100 \times (1 + 0{,}0085)$$

$$A = 100 \times (1{,}0085)$$

$$A = 100{,}85\ \text{cm}^2$$

6) Em uma placa de ouro, há um pequeno orifício, que a 30 °C tem superfície de área $5\cdot10^{-3}$ cm².
A que temperatura devemos levar essa placa para que a área do orifício aumente o correspondente a 6×10^{-5} cm² ?

Dados:
Tf = ?
To = 30 °C
Ao = $5\cdot10^{-3}$
$\beta_{Au} = 30 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$

Aumento de Área:
$A = 5\cdot10^{-3} + 6\cdot10^{-5}$
A = 0,00506

Fórmula da Dilatação Superficial

$$A = A_o\,(1 + \beta\Delta T)$$

Substituindo os dados na fórmula:

$$0{,}00506 = 0{,}005\,(1 + 30 \times 10^{-6} \cdot \Delta T)$$

$$(1 + 30 \times 10^{-6}.\Delta T) = \frac{0{,}00506}{0{,}005}$$

$$(1 + 30 \times 10^{-6}.\Delta T) = 1{,}012$$

$$30 \times 10^{-6}.\Delta T = 1{,}012 - 1$$

$$30 \times 10^{-6}.\Delta T = 0{,}012$$

ΔT = 400 ºC

Cálculo da Temperatura Final

Sendo **ΔT = 400 ºC** e T_o = 30 **ºC:**

$\Delta T = T_f - T_o$

$800 = T_f - 30$

T_f = 430 ºC

7) Uma estatueta de ouro foi aquecida de 25°C para 75°C, observando-se um aumento de 2,1 cm³ em seu volume. Sendo 14 x 10^{-6} °C^{-1} o coeficiente de dilatação linear do ouro, qual era o volume inicial dessa estatueta?

Dados:

T_o =25 ºC

T_f = 75 ºC

α_{Au} = 14 x 10^{-6} °C^{-1}

γ_{Au} = 42 x 10^{-6} °C^{-1}

Resolução:

Cálculo de ΔT:

$\Delta T = T_f - T_o$

ΔT = 75 -25; **ΔT = 50 ºC**

Aumento de Volume:

$V = V_o + 2{,}1$

Aplicação da fórmula da Dilatação Volumétrica, para corpos sólidos:

$$V = V_o (1 + \gamma \Delta T)$$

$$Vo + 2{,}1 = V_o\ (1 + 42 \times 10^{-6} . 50)$$

$$Vo + 2{,}1 = V_o\ (1 + 0{,}0021)$$

$$Vo + 2{,}1 = V_o\ (1{,}0021)$$

$$Vo + 2{,}1 = 1{,}0021V_o$$

$$1{,}0021V_o = V_o + 2{,}1$$

$$0.0021V_o = 2{,}1$$

$$V_o = 1000\ cm^3$$

8) Uma esfera metálica maciça é aquecida de 30 ºC para 110 ºC e seu volume sofre um aumento correspondente a 1,2%. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear médio nesse metal?

Dados:
Aumento de volume = 1,2%

Resolução:

Cálculo do Aumento de Volume:
$V = V_o + 1,2\%$

$$V = V_o.\frac{(100 + 1,2)}{100}$$

$$V = 1,012.\ V_o$$

Cálculo da Variação de temperatura, *ΔT*

$$\Delta T = T_f - T_o$$

$$\Delta T = 110 - 30$$

$$\Delta T = 80\ ºC$$

Aplicação da fórmula da Dilatação Volumétrica, para corpos sólidos:

$$\boldsymbol{V = V_o\,(1 + \gamma\Delta T)}$$

$$1,012.\ V_o = V_o\,(1 + 3.\alpha.80)$$

$$1,012.\ \cancel{V_o} = \cancel{V_o}(1 + 3.\alpha.80)$$

$$1,012 = 1 + 3.\alpha.80$$

Invertendo e reordenando a equação

$$1 + 240.\alpha = 1,012$$

$$240.\alpha = 1,012 - 1$$

$$240.\alpha = 0,012$$

Isolando α:

$$\alpha = \frac{0,012}{240}$$

$$\boldsymbol{\alpha = 50 \times 10^{-6}\ °C^{-1}}$$

9) Um cubo é aquecido e constata-se um aumento de 0,6% no seu volume. Qual foi a variação de temperatura sofrida pelo cubo? Dado: coeficiente de dilatação volumétrica do material do cubo = 6,0 x 10^{-6} °C^{-1}

Dados:

γ_{cubo} = 6,0 x 10^{-6} °C^{-1}
Aumento de volume = 0,6%

Resolução:

Cálculo do Aumento de Volume:
$V = V_o + 0{,}6\%$

$$V = V_o . \frac{(100 + 0{,}6)}{100}$$

$V = 1{,}006 . V_o$

Cálculo da Variação de temperatura, ΔT

Aplicação da fórmula da Dilatação Volumétrica, para corpos sólidos:

$$\boldsymbol{V = V_o (1 + \gamma \Delta T)}$$

$$\boldsymbol{1{,}006 . V_o = V_o (1 + 6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T)}$$

$$\boldsymbol{1{,}006 . \cancel{V_o} = \cancel{V_o} (1 + 6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T)}$$

$$\boldsymbol{1{,}006 = 1 + 6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T}$$

$$\boldsymbol{1{,}006 - 1 = 6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T}$$

$$\boldsymbol{0{,}006 = 6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T}$$

(invertendo a equação)

$$6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T = 0{,}006$$

Isolando ΔT :

$$\boldsymbol{6{,}0 \times 10^{-6} \Delta T = 0{,}006}$$

$$\boldsymbol{\Delta T = \frac{6x10^{-3}}{6x10^{-6}}}$$

ΔT = 1000ºC

10) Uma panela de alumínio possui, a 0ºC uma capacidade de 1000 cm³. Se levarmos a panela com água ao fogo até que ocorra ebulição dessa água, sob pressão normal, qual será a nova capacidade da panela?
Dados:
Coeficiente de dilatação linear do alumínio = 24 x10^{-6} °C^{-1}
Coeficiente de dilatação cúbica da água = 1,3.10^{-4} °C^{-1}

Dados:

V_o = 1000 cm³
T_o = 0°C
T_f = 100°C (temperatura de ebulição da água, nas CNTP
α_{Al} = 24 x 10^{-6} °C^{-1}

Resolução:

Cálculo da Variação de temperatura, ΔT
$\Delta T = T_f - T_o$
$\Delta T = 100 - 0;$
$\Delta T = 100$ °C

Cálculo de γ:
$\gamma_{Al} = 3\,\alpha_{Al}$
γ_{Al} = 3x24 x 10^{-6} °C^{-1}
γ_{Al} = 72 x 10^{-6} °C^{-1}

O volume da panela de alumínio pode ser calculado pela aplicação da fórmula da Dilatação Volumétrica, para corpos sólidos:

$$V = V_o\,(1 + \gamma\Delta T)$$

Cálculos:

Substituindo os dados na fórmula:

V = 1000 x (1 + (72 ×10^{-6}) x 100)
V = 1000 x (1 + (7200 ×10^{-6}))
V = 1000 x (1 + 0.0072)
V = 1000 x (1.0072)

V = 1007,2 cm³